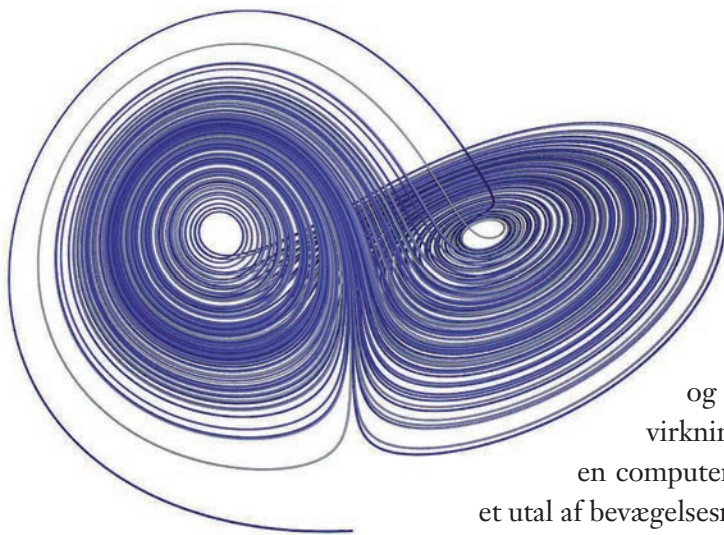


## Kaos og ikke-lineære erkendelser

Sideløbende med disse erfaringer inden for matematik, fysik og datalogi opdagede en række kemikere, meteorologer og biologer lignende forhindringer i deres arbejde. Deres modeller opførte sig ikke pænt og deterministisk, som det sig hør og bør ifølge den klassiske mekanik, men var derimod knudrede, kaotiske og udviste en særdeles kompliceret dynamik. Fællesbetegnelsen for disse modeller er “ikke-lineære dynamiske systemer”, og de blev først rigtig forstået og kortlagt med udviklingen af computeren, der med sin stadig voksende regnekraft kunne køre de koblede differentiaalligninger i modellerne ved gentagelse og simulation. Store makroskopiske naturfænomener langt fra ligevægt – såsom vejret, havstrømme, bjergformationer, galaksestrukturer, mønsterdannelse, populationsdynamik m.v. – lader sig ikke reducere til simple kausale sammenhænge, som man f.eks. kender det fra den klassiske naturvidenskabs bevægelsesmekanik. Der findes ikke nogen “løsning” som sådan. Her, i landet hvor kaos, fraktaler og turbulens regerer, er der tale om et helt netværk af kausalkæder, som binder alt til alt; det er et nærmest uigennemtrængeligt garnnøgle af årsagssammenhænge, hvor ethvert forsøg på at trække trådene ud med håndkraft på forhånd er dømt til at mislykkes. Man kan faktisk stadig skrive en slags formel ned for disse fænomener, men man er ikke særlig meget hjulpet ved det. Først udviklingen af formlen i tid og rum tillader en klassifikation af resultatet. Derved bliver de resulterende fænomener irreduktible i deres væsen. Det er måske derfor, de er så tiltalende og bredt anvendte som metaforer for liv og kunst.

Kun de mest simple mekaniske systemer kan beskrives på en sådan måde, at man kan forudsige deres fremtidige opførsel. Johannes Kepler (1571-1630) havde i 1609 beskrevet bevægelsesligningerne for et mekanisk system med to legemer. Senere havde Newton løst dem. For tre legemer viste det sig at være umuligt at løse. Den norsk-svenske konge Oscar II (1829-1907) udskrev derfor i 1887 en konkurrence om, hvorvidt man kunne afgøre, om solsystemet er stabilt eller ej – et vigtigt spørgsmål i betragtning af, at Månen ifølge Newton er i ustandseligt fald mod Jorden, mens Jorden er i ustandseligt fald mod Solen. I 1890 besvarede Henri Poincaré opgaven med en afhandling om trelegemeproblemet, hvori han kunne vise, at der i visse tilfælde findes stabile periodiske løsninger, hvilket fik ham til at konkludere, at solsystemet nok var stabilt alligevel. Årsagen til, at ikke-lineære mekaniske systemer med flere end to legemer er så uforudsigelige, er, at de er meget følsomme over



En kaotisk attraktor betyder, at to punkter i et dynamisk system forbliver nogenlunde tætte på hinanden, selvom de udfører kaotiske bevægelser. Her ses meteorologen Edward Lorenz' attraktor.

for startbetingelserne og over for tilfældige påvirkninger. Uden hjælp fra en computer regnede Poincaré på et utal af bevægelsesmønstre, nogle stabile, andre ustabile og på kollisionskurs og stadig andre øjensynligt stabile, men følgende ikke-periodiske baner. Over 70 år før deterministisk kaos blev kendt, havde Poincaré set konturerne af det.

Den første, som for alvor beskrev en såkaldt kaotisk attraktor, var den amerikanske meteorolog Edward Lorenz (f. 1947). En kaotisk attraktor betyder her, at to punkter, eller to elementer i systemet, forbliver nogenlunde tætte på hinanden, selvom de udfører kaotiske bevægelser. 1961 lavede Lorenz en meget simpel matematisk model til at simulere konvektionsstrømme i atmosfæren. Da han ville undersøge modellens opførsel over en længere tidsperiode, fandt han ud af, at små afvigelse i begyndelsesbetingelserne resulterede i store forskelle efter blot få gennemløb. "Sommerfugleeffekten" var blevet opdaget. Kendetegnende for Lorenz' attraktor er, at dens bevægelsesbaner holder sig i et begrænset udfaldsrum på trods af, at to tæt liggende punkter i faserummet fjerner sig fra hinanden, for hver gang simulationen køres. Tilfældige påvirkninger forstærkes eksponentielt, og resultatet er derfor uforudsigeligt, netop fordi man ikke kan kende begyndelsestilstanden helt nøjagtigt. Det er ligesom æltning af en kagedej: kommer man to vaniljekorn i dejen, f.eks. lige ved siden af hinanden i ydre højre hjørne, vil en fortsat systematisk æltning resultere i, at de to korn fjerner sig fra hinanden i uforudsigelige bevægelsesbaner, først langsomt, men senere i voldsomme spring.

På grund af kompleksiteten er kaotiske systemer uforudsigelige i det lange løb, selvom hvert enkelt trin i deres udvikling utvetydigt er determineret ud fra den tidligere situation. Det er derfor, man ikke bare taler om kaos, men om deterministisk kaos, idet determinisme og (u)forudsigelighed er

to vidt forskellige ting. Ganske små forskelle kan være ansvarlige for udvælgelsen af helt andre udviklingsbaner. Det er derfor ofte kun muligt at belyse de kvalitative aspekter, det vil sige fænomenernes meget generelle karaktertræk, mens det er umuligt at forudsige det helt præcise udfald på et senere tidspunkt. Man kan kun lave forudsigelser for den meget nære fremtid. Det er f.eks. også derfor, at forudsigelser om klodens klima er ekstremt svære at lave. Vil der komme en ny istid? Hvordan vil drivhuseffekten påvirke Europas vejr? Hvornår og hvor kommer det næste jordskælv? Ingen kender svarene med sikkerhed.

Kendetegnende for ikke-lineære systemer er, at deres udfoldelse i tid og rum pludselig kan spaltes op i to eller flere mulige baner. Antallet af disse såkaldte "bifurkationer" kan stige så meget, at man til sidst har det rene kaos – et ragnarok, hvor ingen udviklingsbane er mere sandsynlig end den anden. Den russiske matematiker Andrey Kolmogorov (1903-87) kunne således i 1959 formulere endnu et entropi-begreb, som kvantificerer mængden af den manglende viden, vi har om de kaotiske udviklingsbaner. Igen er der her tale om en slags negativ bevisførelse: vi kan måske ikke vide, hvor systemet befinder sig i en bestemt fremtidig situation, men vi kan måle graden af informationstab for hvert enkelt trin. Og det er på mange måder lige så godt, fordi det kan bruges til at finde ud af, hvor meget information, der som minimum er tilbage, hvilket igen kan bruges til at sætte en øvre grænse for komprimeringen af data og til at finde det kortest mulige program, der kan genskabe disse data.

Modsat Shannons entropibegreb, som kun beskæftiger sig med et signals gennemsnitlige information, er Kolmogorovs entropi et mål for et individuelt objekts absolutte information. Også de amerikanske matematikere Ray Solomonoff (f. 1926) og Gregory Chaitin formulerede lignende "algoritmiske", dvs. mekanisk beregnelige, måleredskaber for kompleksiteten af data, hvorfor hele feltet i dag har flere navne, alt efter skole og behag: algoritmisk informationsteori, algoritmisk sandsynlighed og algoritmisk kompleksitet.

## Naturens fraktale geometri

Kaotiske attraktorer har en fraktal natur. Ordet fraktal kommer af latin, hvor "frangere" og "fractum" betyder henholdsvis "at bryde" og "at være brudt op". Det blev opfundet af matematikeren Benoit Mandelbrot (f. 1924) i 1975, hvor han viste, at utrolig mange naturfænomener og objekter bedst